アブスト

A sparse cut of a graph is a partition of the vertices into two disjoint subsets such that the ratio of the number of edges across the two subsets divided by the sum of degrees of vertices in the smaller side is minimum. Finding sparse cuts is an important tool in analyzing large-scale distributed networks such as the Internet and Peer-to-Peer networks, as well as large-scale graphs such as the web graph, online social communities, and VLSI circuits. Sparse cuts are useful in graph clustering and partitioning among numerous other applications. In distributed communication networks, they are useful for topology maintenance and for designing better search and routing algorithms.

グラフのスパースカットは、頂点を2つの互いに素な部分集合に分割し、2つの部分集合全体のエッジ数を小さい方の頂点の次数の合計で割った比率が最小になるようにします。スパースカットを見つけることは、インターネットやピアツーピアネットワークなどの大規模な分散ネットワーク、およびWebグラフ、オンラインソーシャルコミュニティ、VLSI回路などの大規模なグラフを分析する上で重要なツールです。スパースカットは、他の多くのアプリケーション間でのグラフのクラスタリングとパーティショニングに役立ちます。 分散通信ネットワークでは、トポロジの保守や、より優れた検索およびルーティングアルゴリズムの設計に役立ちます。

In this paper, we focus on developing a fast distributed algorithm for computing sparse cuts in networks. Given an undirected n-node network G with conductance φ, the goal is to find a cut set whose conductance is close to φ. We present a distributed algorithm that finds a cut set with sparsity Õ(√φ) (Õ hides polylog n factors). Our algorithm works in the CONGEST distributed computing model and outputs a cut of conductance at most Õ (√φ) with high probability, in Õ(1/b(1/φ + n)log2) rounds, where b is balance of the cut of given conductance. In particular, to find a sparse cut of constant balance, our algorithm takes O((1/φ + n)log2 n) rounds. Our algorithm can also be used to output a local cluster, i.e., a subset of vertices near a given source node, and whose conductance is within a quadratic factor of the best possible cluster around the specified node. Our distributed algorithm can work without knowledge of the optimal φ value (with only a log n factor slowdown) and hence can be used to find approximate conductance values both globally and with respect to a given source node. Our algorithm uses random walks as a key subroutine and is fully decentralized and uses lightweight local computations.

この論文では、ネットワークのスパースカットを計算するための高速分散アルゴリズムの開発に焦点を当てています。コンダクタンスφの無向nノードネットワークGが与えられた場合、目標はコンダクタンスがφに近いカットセットを見つけることです。スパース性Õ（√φ）（Õは多重対数n因子を非表示）でカットセットを見つける分散アルゴリズムを提示します。私たちのアルゴリズムは、CONGEST分散コンピューティングモデルで機能し、コンダクタンスのカットを最大でÕ（√φ）の確率で出力します。Õ（1 / b（1 /φ+ n）log2）ラウンドで、bはカットのバランスです。与えられたコンダクタンスの。特に、一定のバランスのスパースカットを見つけるために、私たちのアルゴリズムはO（（1 /φ+ n）log2 n）ラウンドを取ります。私たちのアルゴリズムを使用して、ローカルクラスター、つまり、特定のソースノードの近くにある頂点のサブセットを出力することもできます。そのコンダクタンスは、指定されたノードの周囲の最良のクラスターの2次係数内にあります。私たちの分散アルゴリズムは、最適なφ値の知識がなくても機能するため（log nファクターの速度低下のみ）、グローバルおよび特定のソースノードに関するおおよそのコンダクタンス値を見つけるために使用できます。私たちのアルゴリズムは、キーサブルーチンとしてランダムウォークを使用し、完全に分散化されており、軽量のローカル計算を使用します。

We also give a lower bound on the time needed for any distributed algorithm to compute any non-trivial sparse cut --- any distributed approximation algorithm (for any nontrivial approximation ratio) for computing sparsest cut will take Ω (√n + D) rounds, where D is the diameter of the graph.

Our algorithm can be used to find sparse cuts (and their conductance values) and to identify well-connected clusters and critical edges in distributed networks. This in turn can be helpful in the design, analysis, and maintenance of topologically-aware networks.

また、分散アルゴリズムが自明でないスパースカットを計算するのに必要な時間の下限を示します---最も疎なカットを計算するための分散近似アルゴリズム（自明でない近似比の場合）はΩ（√n+ D）ラウンドかかります 、ここで、Dはグラフの直径です。

私たちのアルゴリズムは、まばらなカット（およびそれらのコンダクタンス値）を見つけ、分散ネットワーク内の適切に接続されたクラスターとクリティカルエッジを識別するために使用できます。 これは、トポロジを意識したネットワークの設計、分析、および保守に役立ちます。